**Логарифмические уравнения**

**При­мер 1**

**Ре­шить урав­не­ние:**

ис­поль­зуйте опре­де­ле­ние ло­га­риф­ма:

Обе части при­ведите к од­но­му ос­но­ва­нию:

.



*Проведите про­вер­ку:*

Ответ: -1,5.

**При­мер 2**

**Ре­шить урав­не­ние:**

Необ­хо­ди­мо све­сти это урав­не­ние к про­стей­ше­му.

Это можно сде­лать двумя спо­со­ба­ми:

1 способ:

(пе­ре­не­сти ло­га­рифм из пра­вой части в левую) .

От­ку­да, ис­поль­зуя свой­ства ло­га­риф­мов: . Далее необ­хо­ди­мо ис­поль­зо­вать опре­де­ле­ние ло­га­риф­ма.

2 способ:

(пред­ста­вить обе части в виде ло­га­риф­мов с ос­но­ва­ни­ем 2)

Для этого вос­поль­зо­вать­ся рас­смот­рен­ным ранее уни­вер­саль­ным при­ё­мом: – и свой­ством ло­га­риф­мов: . Далее можно при­рав­нять под­ло­га­риф­ми­че­ские вы­ра­же­ния.

При ре­ше­нии любым из спо­со­бов по­лу­чит­ся:

*Проведите про­вер­ку, так как происходит расширение области допустимых значений:*

Ответ: .

**При­мер 3**

**Ре­шить урав­не­ние:**

В левой части стоит сумма двух ло­га­риф­мов с оди­на­ко­вы­ми ос­но­ва­ни­я­ми, по­это­му сразу пре­об­ра­зу­ем её в ло­га­рифм про­из­ве­де­ния: .

По­лу­чи­ли про­стей­шее урав­не­ние, ко­то­рое ре­ша­ем, ис­поль­зуя опре­де­ле­ние ло­га­риф­ма:





*Проведите про­вер­ку, так как происходит расширение области допустимых значений:*

 – не под­хо­дит (под ло­га­риф­мом не могут сто­ять от­ри­ца­тель­ные вы­ра­же­ния).

 – под­хо­дит.

Ответ: 4.

**При­мер 4**

**Ре­шить урав­не­ние:**

Это урав­не­ние можно сво­дить к про­стей­ше­му по-раз­но­му. По­сколь­ку в левой части стоит от­но­ше­ние двух ло­га­риф­мов с оди­на­ко­вы­ми ос­но­ва­ни­я­ми, на­пра­ши­ва­ет­ся ис­поль­зо­ва­ние фор­му­лы пе­ре­хо­да к но­во­му ос­но­ва­нию: . По­лу­чи­ли ир­ра­ци­о­наль­ное урав­не­ние, ко­то­рое мы уже умеем ре­шать.

Но можно при­во­дить к про­стей­ше­му это же урав­не­ние и по-дру­го­му, если вос­поль­зо­вать­ся пра­ви­лом про­пор­ции: . Чтобы по­лу­чить слева де­ся­тич­ный ло­га­рифм (а затем при­рав­нять под­ло­га­риф­ми­че­ские вы­ра­же­ния), необ­хо­ди­мо вне­сти 2 в по­ка­за­тель сте­пе­ни:









*Проведите про­вер­ку, так как происходит расширение области допустимых значений:*

– не под­хо­дит.

 – под­хо­дит.

Ответ: 4.

**При­мер 5**

**Ре­шить урав­не­ние:**

Как и в за­да­ни­ях на пре­об­ра­зо­ва­ние вы­ра­же­ний с ло­га­риф­ма­ми, пер­вым делом из­ба­вим­ся от по­ка­за­те­лей сте­пе­ни под ло­га­риф­ма­ми:

*Проведите про­вер­ку:*

– верно.

Ответ: .

**При­мер 6**

**Ре­шить урав­не­ние:**

Как и рань­ше, в первую оче­редь из­бав­ля­ем­ся от по­ка­за­те­лей сте­пе­ни под ло­га­риф­мом: . Можем вы­но­сить чёт­ную сте­пень, так как  (ОДЗ пер­во­го ло­га­риф­ма).

Те­перь пе­ре­мен­ная встре­ча­ет­ся толь­ко в вы­ра­же­нии . Вы­пол­ня­ем за­ме­ну: .





Об­рат­ная за­ме­на:

.

*Проведите про­вер­ку:*

– под­хо­дит.

 – под­хо­дит.

Ответ: ;

**Ло­га­риф­ми­че­ские нера­венства.**

**При­мер 1**

**Ре­ши­те нера­вен­ство**

Сна­ча­ла вы­пи­шем ОДЗ ис­ход­но­го нера­вен­ства.

ОДЗ: .

Слева и спра­ва стоят ло­га­риф­мы с оди­на­ко­вым ос­но­ва­ни­ем. Из­бав­ля­ем­ся от ло­га­риф­мов с по­мо­щью по­тен­ци­ро­ва­ния, при этом ме­ня­ем знак на про­ти­во­по­лож­ный .





На­хо­дим пе­ре­се­че­ние по­лу­чен­но­го мно­же­ства с ОДЗ.

|  |
| --- |
|  |

 Ответ: .



**При­мер 2**

**Ре­ши­те нера­вен­ство**

Про­ве­ря­ем ОДЗ: . По­тен­ци­ру­ем обе части нера­вен­ства (ос­но­ва­ние 2 боль­ше 1, по­это­му знак нера­вен­ства не ме­ня­ет­ся).







На­хо­дим пе­ре­се­че­ние с ОДЗ.

Ответ: .



**При­мер 3**

**Ре­ши­те нера­вен­ство**

Может по­ка­зать­ся, что этот при­мер слож­нее преды­ду­щих, так как в левой части стоит ло­га­рифм от ло­га­риф­ма. Да­вай­те за­ме­ним внут­рен­ний ло­га­рифм на неко­то­рую пе­ре­мен­ную: . Тогда по­лу­ча­ем: . То есть про­стей­шее ло­га­риф­ми­че­ское нера­вен­ство, ко­то­рое мы уже умеем ре­шать.

ОДЗ: .

По­лу­ча­ем: .

Те­перь вы­пол­ним об­рат­ную за­ме­ну: . Вы­пи­шем ОДЗ: .

По­тен­ци­ру­ем, со­хра­няя знаки, так как ос­но­ва­ние : . С учё­том ОДЗ, по­лу­ча­ем: .

Ответ:

**При­мер 4**

**Ре­ши­те нера­вен­ство:**

Вы­пи­шем ОДЗ ис­ход­но­го нера­вен­ства:           .





В левой части стоит сумма ло­га­риф­мов с оди­на­ко­вы­ми ос­но­ва­ни­я­ми, пре­об­ра­зу­ем её в ло­га­рифм про­из­ве­де­ния.









Ре­ша­ем нера­вен­ство [ме­то­дом ин­тер­ва­лов](http://ege.interneturok.ru/lesson/264/).

|  |
| --- |
|  |

 С учё­том ОДЗ по­лу­ча­ем ответ.

Ответ: .



**При­мер 5**

**Ре­ши­те нера­вен­ство**

Вы­пи­шем ОДЗ ис­ход­но­го нера­вен­ства:
.



При­ве­дём ло­га­риф­мы к од­но­му ос­но­ва­нию. По­сколь­ку , то можем при­ве­сти к ос­но­ва­нию 3.

Те­перь можем рас­пи­сать ло­га­риф­мы про­из­ве­де­ния и част­но­го, ис­поль­зуя свой­ства ло­га­риф­мов:





Видим, что пе­ре­мен­ная встре­ча­ет­ся в нера­вен­стве толь­ко в вы­ра­же­нии .





|  |
| --- |
|  |

Об­рат­ная за­ме­на: .

Учтем ОДЗ:

Ответ: .

**При­мер 6**

Решите неравенство

 Данное неравенство решаем совокупностью двух систем

Первая система решений не имеет. Решаем вторую систему

Второе неравенство этой системы не решаем, так как оно справедливо, если выполняется последнее неравенство. Получаем:

Используем метод интервалов

|  |
| --- |
|  |
|  |

Получаем ответ:

**При­мер 7**

**Ре­ши­те си­сте­му нера­венств**

Вы­пи­шем общее ОДЗ для всей си­сте­мы:



 ОДЗ:   .

Каж­дое из таких нера­венств мы уже умеем ре­шать.





1)

За­ме­на: .





|  |
| --- |
|  |





2)





|  |
| --- |
|  |

По­лу­ча­ем пе­ре­се­че­ние ре­ше­ний: . С учё­том ОДЗ по­лу­ча­ем, что ре­ше­ний нет.

 Ответ: ре­ше­ний нет.

Домашнее задание:

Решите уравнения и неравенства

logx(2 + x) < 1;

log3x + 5(9x2 + 8x + 8) > 2;