**Вопросы для устного опроса:**

1. *Сформулируйте определение логарифма.*

**Ответ:** Логарифмом числа *b* по основанию *a* называется показатель степени *n*, в который надо возвести основание *a*, чтобы получить число *b*:

1. *Сформулировать определение десятичных логарифмов.*

**Ответ:** *Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:*

1. *Запишите основное логарифмическое тождество.*

**Ответ:**

1. *Чему равен логарифм единицы по любому основанию?*

**Ответ:** Логарифм единицы по любому основанию равен нулю

1. *Чему равен логарифм основания?*

**Ответ:** Логарифм основания равен единице

.

1. *Чему равен логарифм произведения положительных чисел?*

**Ответ:** Логарифм произведения положительных чисел равен сумме логарифмов сомножителей

*Чему равен логарифм частного положительных чисел?*

**Ответ:** Логарифм частного положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя

1. *Чему равен логарифм степени положительного основания?*

**Ответ:** Логарифм степени положительного основания равен произведению показателя степени на логарифм основания степени

1. *Сформулируйте определение логарифмической функции.*

**Ответ:** Функция вида y = loga(x), где **a** любое положительное число не равное единице.

1. *Когда логарифмическая функция возрастает, когда – убывает?*

**Ответ:** Если основание логарифмической функции a>1, то функция возрастает.

Если основание логарифмической функции 0 <a<1, то функция убывает.

1. Сформулируйте определение логарифмического уравнения.

**Ответ:** Логарифмическое уравнение – это уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма или в основании логарифма.

1. *Запишите общий вид простейшего логарифмического неравенства.*

**Ответ:** **loga *b*(*x*) > loga *c*(*x*),   где *а* > 0, a ≠ 1.**

**Тест**

**№ 1**



А) 1 Б)2 В) 3 Г)9

**№ 2**



А) 0,1; 10 Б)0.01; 10 В) 1;1 Г)0,1; 0,01

**№ 3**



А) x>6 Б) x>8 В) x<4 Г) x>4

**№ 4**



А) Б) 3 В) 9 Г) 1

**№ 5**



А) 0 Б) 3 В) 9 Г) 1

**№ 6**



А) 3<x<5 Б) 3>x>5

В) 3=x<5 Г) 3<x=5

**№ 7**



А) 246 Б) 182 В) 6 Г) 256

**№ 8**



А) 0,1; 10 Б)0,01; 1000 В) 1;10 Г)0,1; 1000

**№ 9**



А) x>12 Б)x>17 В) x>27 Г) x>7

Контрольная работа

«Логарифмические уравнения и неравенства»

Задание№ 1

Решите уравнение [\frac{\lg(x+1)}{\lg x}=-1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7b\lg(x+1)%7d%7b\lg%20x%7d=-1)

Задание № 2

Решите уравнение [(x^{\lg x-1})=100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(x%5e%7b\lg%20x-1%7d)=100)

Задание № 3

Решите уравнение [\log _x \sqrt{5}+\log _x 5x-2,25=\log ^2_x \sqrt{5}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20_x%20\sqrt%7b5%7d+\log%20_x%205x-2,25=\log%20%5e2_x%20\sqrt%7b5%7d)

Задание № 4

Решите логарифмическое неравенство [ \frac{\lg^2{x}+2\lg{x}-6}{\lg{x}}<1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20\frac%7b\lg%5e2%7bx%7d+2\lg%7bx%7d-6%7d%7b\lg%7bx%7d%7d%3c1)

Задание № 5

Решите логарифмическое неравенство http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195405/b6f07bc0_940a_0132_5f70_019b15c49127.png

№ 1

Решить уравнение [\frac{\lg(x+1)}{\lg x}=-1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7b\lg(x+1)%7d%7b\lg%20x%7d=-1).

Решение:

Здесь не трудно установить область определения уравнения (ОДЗ неизвестного). Прежде всего [\lg x\neq 0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%20x\neq%200), т.е. [x\neq 1 \, (\lg1=0)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x\neq%201%20\,%20(\lg1=0)). Кроме того, на основании определения логарифмической функции получим два неравенства: [x+1>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x+1%3e0)и [x>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%3e0). Решение системы дает ОДЗ [x](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x):

Сначала освободимся в данном уравнении от знаменателя, умножив обе его части на [\lg x\neq 0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%20x\neq%200):

[\lg(x+1)=-\lg x](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg(x+1)=-\lg%20x), [\lg(x+1)=\lg {(x^{-1})}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg(x+1)=\lg%20%7b(x%5e%7b-1%7d)%7d).

Получили равные логарифмы, откуда

[x+1={x^{-1}}, \, x+1=\frac{1}{x}, \, x^2+x-1=0 ](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x+1=%7bx%5e%7b-1%7d%7d,%20\,%20x+1=\frac%7b1%7d%7bx%7d,%20\,%20x%5e2+x-1=0%20).

Найдем корни вспомогательного квадратного уравнения, которое в области [x>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%3e0)и [x\neq 1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x\neq%201)равносильно данному. [{x_{1,2}}=-0,5\pm0,5{\sqrt{5}}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx_%7b1,2%7d%7d=-0,5\pm0,5%7b\sqrt%7b5%7d%7d). Корень [x_2=-0,5-0,5\sqrt{5}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_2=-0,5-0,5\sqrt%7b5%7d)отрицательный и не принадлежит области определения уравнения ([\ x>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\%20x%3e0) и [\ x\neq 1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\%20x\neq%201)). Корень [\ {x_1}=0,5{\sqrt{5}}-0,5>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\%20%7bx_1%7d=0,5%7b\sqrt%7b5%7d%7d-0,5%3e0)и [\ {x_1}\neq 1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\%20%7bx_1%7d\neq%201).

Ответ:

[x=0,5 (\sqrt{5}-1)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x=0,5%20(\sqrt%7b5%7d-1)).

№ 2

Решить уравнение [(x^{\lg x-1})=100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(x%5e%7b\lg%20x-1%7d)=100).

Решение:

Поскольку нет возможности выразить обе части уравнения через степени с одинаковым основанием, то логарифмируем по основанию [10](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=10)(в уравнении есть десятичный логарифм, да и для числа [100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=100)это основание удобно). Логарифмы равных положительных чисел (фактически одного и того же числа, выраженного по-разному) равны, поэтому логарифм левой части равен логарифму правой части:

[\lg(x^{\lg x - 1})=\lg 100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg(x%5e%7b\lg%20x%20-%201%7d)=\lg%20100), [(\lg x-1)\lg x=2](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(\lg%20x-1)\lg%20x=2),

[\lg^2 x-\lg x-2=0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%5e2%20x-\lg%20x-2=0).

[\left [ \begin{array}{c}\lg x=-1 ,\\ \lg x=2 \end{array} \right.](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\left%20%5b%20\begin%7barray%7d%7bc%7d\lg%20x=-1%20,\\%20\lg%20x=2%20\end%7barray%7d%20\right.)откуда [x_1=10^{-1}=0,1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_1=10%5e%7b-1%7d=0,1)и [x_2=10^2=100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_2=10%5e2=100).

Легко убедиться, что корни не посторонние.

Ответ:

[x_1=0,1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_1=0,1); [x_2=100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_2=100).

№ 3

Решить уравнение [\log _x \sqrt{5}+\log _x 5x-2,25=\log ^2_x \sqrt{5}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20_x%20\sqrt%7b5%7d+\log%20_x%205x-2,25=\log%20%5e2_x%20\sqrt%7b5%7d).

Решение:

[\log _x \sqrt{5}=\frac{1}{2}\log _x 5, \log ^2_x \sqrt{5}=\left(\frac{1}{2}\log _x 5\right)^2=\frac{1}{4}\log ^2_x 5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20_x%20\sqrt%7b5%7d=\frac%7b1%7d%7b2%7d\log%20_x%205,%20\log%20%5e2_x%20\sqrt%7b5%7d=\left(\frac%7b1%7d%7b2%7d\log%20_x%205\right)%5e2=\frac%7b1%7d%7b4%7d\log%20%5e2_x%205),  
[\log _x 5x = \log _x 5 +\log _x x=\log _x 5+1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20_x%205x%20=%20\log%20_x%205%20+\log%20_x%20x=\log%20_x%205+1).  
После подстановки в уравнение получим:  
[\frac{1}{2}\log _x 5+\log _x 5+1-2,25=\frac{1}{4}\log ^2_x 5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7b1%7d%7b2%7d\log%20_x%205+\log%20_x%205+1-2,25=\frac%7b1%7d%7b4%7d\log%20%5e2_x%205),  
[\log ^2_x 5 - 6 \log _x 5+5=0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20%5e2_x%205%20-%206%20\log%20_x%205+5=0).  
Если за неизвестное принять [\log _x 5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\log%20_x%205), то это — квадратное уравнение и его корни [1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=1)и [5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=5)(можно найти, например, по теореме Виета).  
Итак, имеем совокупность [\left [ \begin{array}{c}log _x 5=1,\\ \log _x 5=5. \end{array}\right.](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\left%20%5b%20\begin%7barray%7d%7bc%7dlog%20_x%205=1,\\%20\log%20_x%205=5.%20\end%7barray%7d\right.)  
Из первого уравнения получаем [x_1= 5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_1=%205), из второго [x^5=5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%5e5=5), откуда [x_2=\sqrt[5]{5}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_2=\sqrt%5b5%5d%7b5%7d). В исходном уравнении [x](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x)— основание логарифма, и согласно определению логарифма [x > 0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%20%3e%200)и [x\neq1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x\neq1). Оба корня удовлетворяют этим условиям.

Ответ:

[x_1= 5](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x_1=%205); [ x_2=\sqrt[5]{5}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20x_2=\sqrt%5b5%5d%7b5%7d).

№ 4

Решить логарифмическое неравенство [ \frac{\lg^2{x}+2\lg{x}-6}{\lg{x}}<1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20\frac%7b\lg%5e2%7bx%7d+2\lg%7bx%7d-6%7d%7b\lg%7bx%7d%7d%3c1).

Решение:

Функция [\lg{x}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7bx%7d)может принимать любые действительные значения, поэтому нельзя умножить обе части неравенства на [\lg{x}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7bx%7d).

Преобразуем данное неравенство в такое равносильное ему неравенство, у которого правая часть есть нуль, а левая часть представлена дробью. Для краткости обозначим [\lg{x}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7bx%7d)через [{y}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7by%7d):

[\frac{y^2+2y-6}{y}<1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7by%5e2+2y-6%7d%7by%7d%3c1), [\frac{y^2+2y-6}{y}-1<0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7by%5e2+2y-6%7d%7by%7d-1%3c0), [\frac{y^2+y-6}{y}<0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\frac%7by%5e2+y-6%7d%7by%7d%3c0).

Последнее неравенство в свою очередь равносильно совокупности двух систем неравенств:

[ \left\{\begin{array}{c}y^2+y-6>0, \\y<0,\end{array}\right. ](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20\left\%7b\begin%7barray%7d%7bc%7dy%5e2+y-6%3e0,%20\\y%3c0,\end%7barray%7d\right.%20)[(I)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(I))  
  
[ \left\{\begin{array}{c}y^2+y-6<0, \\y>0.\end{array}\right.](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20\left\%7b\begin%7barray%7d%7bc%7dy%5e2+y-6%3c0,%20\\y%3e0.\end%7barray%7d\right.)[(II)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(II))

Решаем систему [(I)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(I)).

Для решения ее квадратного неравенства находим:

[D=1-4\cdot (-6)=25](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=D=1-4\cdot%20(-6)=25);   
[y_1=2](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y_1=2);  
[y_2=-3](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y_2=-3).

Следовательно, решение этого квадратного неравенства: [y<-3; y>2](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y%3c-3;%20y%3e2).

Если учесть еще, что [y<0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y%3c0)(решение второго неравенства системы [(I)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(I))), то получим решение системы (I): [y<-3](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y%3c-3).

Решаем систему [(II)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(II)). Решение ее квадратного неравенства: [-3<y<2](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=-3%3cy%3c2).

Так как здесь [y>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=y%3e0), то получим решение системы [(II)](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=(II)): [0<y<2](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=0%3cy%3c2).

Итак, приходим к решению совокупности двух простейших логарифмических неравенств: [\left [ \begin{array}{c}0<\lg{x}<2 \\ \lg{x}<-3 \end{array} \right.](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\left%20%5b%20\begin%7barray%7d%7bc%7d0%3c\lg%7bx%7d%3c2%20\\%20\lg%7bx%7d%3c-3%20\end%7barray%7d%20\right.), из которых находим [x](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x)([x>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%3e0) ). Первое из этих неравенств перепишем так: [\lg{1}<\lg{x}<\lg{100}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7b1%7d%3c\lg%7bx%7d%3c\lg%7b100%7d), откуда получаем его решение: [1<x<100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=1%3cx%3c100).

Так как [-3=\lg{0,001}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=-3=\lg%7b0,001%7d), то [\lg{x}<\lg{0.001}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7bx%7d%3c\lg%7b0.001%7d), откуда находим решение второго неравенства: [ 0<x<0.001 ](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%200%3cx%3c0.001%20)(использовали то, что при основании, большем [1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=1), большему логарифму соответствует большее число). Неизвестное [x](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x)в первоначальном неравенстве находится под знаком [\lg ](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%20), поэтому ОДЗ [{x}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx%7d)будет: [x>0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%3e0)и [ x\neq 1](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20x\neq%201)( [\lg{x}\neq 0](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=\lg%7bx%7d\neq%200)).

Решения как первого, так и второго простейшего неравенства полностью находятся в ОДЗ [{x}](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx%7d). Решение каждого из совокупности двух полученных простейших логарифмических неравенств является самостоятельным решением исходного логарифмического неравенства.

Ответ:

[0<x<0.001 ](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=0%3cx%3c0.001%20); [1<x<100](http://dl.bsu.by/filter/tex/displaytex.php?texexp=1%3cx%3c100).

№ 5

Ре­ши­те нера­вен­ство http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195405/b6f07bc0_940a_0132_5f70_019b15c49127.png.

Здесь в ОДЗ необ­хо­ди­мо также учесть, что ос­но­ва­ние ло­га­риф­ма долж­но быть боль­ше 0 и не равно 1:         http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195408/b92bdb30_940a_0132_5f73_019b15c49127.png.

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195411/bb231c10_940a_0132_5f76_019b15c49127.png

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195414/bd224c40_940a_0132_5f79_019b15c49127.png

Это нера­вен­ство по­хо­же на про­стей­шее. С той лишь раз­ни­цей, что в ос­но­ва­нии ло­га­риф­ма на­хо­дит­ся пе­ре­мен­ная. По­это­му при по­тен­ци­ро­ва­нии воз­ни­ка­ют два слу­чая: когда ос­но­ва­ние боль­ше 1 и когда ос­но­ва­ние мень­ше 1.

1) http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195417/bf18d0c0_940a_0132_5f7c_019b15c49127.png

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195420/c0fecba0_940a_0132_5f7f_019b15c49127.png

Так как http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195423/c3349d40_940a_0132_5f82_019b15c49127.png:

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195425/c5577010_940a_0132_5f84_019b15c49127.png

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195428/c7928e90_940a_0132_5f87_019b15c49127.png

|  |
| --- |
| http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195431/c9b4bf90_940a_0132_5f8a_019b15c49127.png |

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/contentable_static_image/275887/b94742e0_7021_0133_0670_12313c0dade2.png

 2)     http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195437/ce420b70_940a_0132_5f90_019b15c49127.png

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195420/c0fecba0_940a_0132_5f7f_019b15c49127.png

Так как http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195440/d0a44c00_940a_0132_5f93_019b15c49127.png:

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195443/d30bb340_940a_0132_5f96_019b15c49127.png

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195447/d558bd50_940a_0132_5f9a_019b15c49127.png

|  |
| --- |
| http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195450/d7dc15c0_940a_0132_5f9d_019b15c49127.png |

http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/contentable_static_image/275888/cad37d10_7021_0133_0671_12313c0dade2.png

Ответ: http://static.interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/195457/dc139600_940a_0132_5fa4_019b15c49127.png.